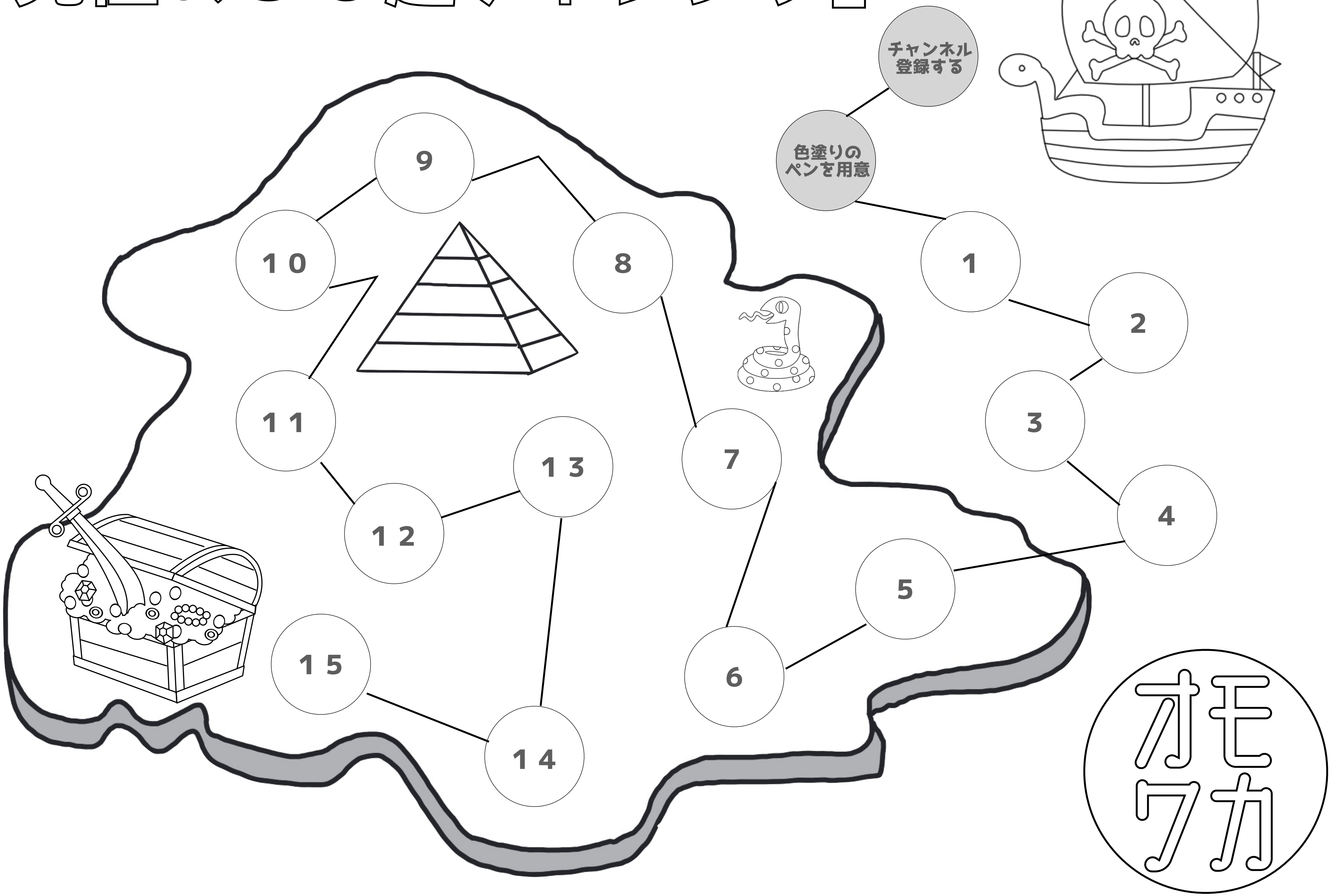
見る参考書

確率
が面白いほどわかる

本当にハッとめざめる
確率究極の５０題

オモワカ

「究極の５０題チャレンジ」



1

(1)　１、２、３の３種類の数字から重複を許して３つを選ぶ。選ばれた数の和が３の倍数となる組合せをすべて求めよ。

(2)　１の数字を書いたカードを３枚、２の数字を書いたカードを３枚、３の数字を書いたカードを３枚、計９枚を用意する。この中から無作為に、１度に３枚のカードを選んだとき、カードに書かれた数字の和が３の倍数となる確率を求めよ。

2

赤玉２個、白玉２個を円周上に並べるとき同じ色の玉が隣り合わない確率を求めよ。

3

箱の中に赤玉が３個、白玉が２個入っている。箱から玉を１個ずつ取り出してその色を見ることを３回繰り返す。次のそれぞれの場合に赤が２回出る確率を求めよ。

(1)　取り出した玉は常に箱に戻す。

(2)　取り出した玉は箱に戻さず続ける。

(3)　取り出した玉が赤なら戻し、白なら戻さない。

$\boxed{4}$

0,1,2,3,4,5の6個の数字から、３個の数字を１つずつ取り出し、取り出した順に並べて数をつくる。このとき、３桁の数になる確率は$\boxed{}$,３桁の偶数になる確率は$\boxed{}$である。

$\boxed{5}$

A、B、C、D、E、Fの６人が無作為に横一列に並ぶ。

(1)　AがBの左側に並ぶ確率を求めよ。

(2)　A,B,Cが左からこの順に並ぶ確率を求めよ。

$\boxed{6}$

WASEDAを横１列に並べるとき、Wが２個のAより左に並ぶ確率を求めよ。

$\boxed{7}$

WASEDAを横１列に並べるとき、Wが２個のAより左に並び、同時にSがEより左に並ぶ確率を求めよ。

$\boxed{8}$

袋の中に青玉が７個、赤玉が３個入っている。袋から１回につき１個ずつ玉を取り出す。一度取り出した玉は袋に戻さないとして、以下の問いに答えよ。

(1)　８回目が終わった時点で赤玉がすべて取り出されている確率を求めよ。

(2)　４回目に初めて赤玉が取り出される確率を求めよ。

(3)　赤玉がちょうど８回目ですべて取り出される確率を求めよ。

9

2つの組 A，Bがあって，各組は次のように構成されている。
A組：男子2人，女子3人；　B組：男子4人，女子1人
この2つの組を合わせた合計10人の生徒から任意に3人の委員を選ぶとき
3人の委員がB組の生徒だけになるか，または男子生徒だけになる場合の確率を求めよ

10

カードが7枚ある。4枚にはそれぞれ赤色で1，2，3，4の数字が，残りの3枚にはそれぞれ黒色で0，1，2の数字が1つずつ書かれている。これらのカードを横に1列に並べたとき同じ数字はどれも隣り合っていない確率を求めよ。

11

1,2,3,4の４枚のカードが入った袋がある。この袋から,１枚のカードを取り出し,カードに書かれた数を記録して,取り出したカードを袋に戻すという操作を３回行う。記録した数を順にa,b,cとする。
(1)　積abcが奇数となる確率、３の倍数となる確率をそれぞれ求めよ。
(2)　積abcが６の倍数となる確率を求めよ。

12

3個のさいころを同時に振る 。
(1)　3個のうち，いずれか2個のさいころの目の和が5になる確率を求めよ。
(2)　3個のうち，いずれか2個のさいころの目の和が10になる確率を求めよ。
(3)　どの2個のさいころの目の和も5の倍数でない確率を求めよ。

13

1,2,3,……,20の20個から3コの異なる数を選ぶとき

(1)　積が４の倍数である確率を求めよ。
(2)　積が８の倍数である確率を求めよ。
(3)　積が６の倍数である確率を求めよ。

14

大，中，小 3 個のさいころを投げるとき，次の確率を求めよ。
(1)　目の積が 3 の倍数になる確率
(2)　目の積が 4 の倍数になる確率
(3)　目の積が 6 の倍数になる確率

15

さいころを繰り返し n 回振って，出た目の数を掛け合わせた積を X とする。
(1)　X が ４の倍数になる確率を求めよ。
(2)　X が ６の倍数になる確率を求めよ。

$\boxed{16}$

袋の中に当たりくじが３本、外れくじが７本の計１０本のくじが入っている。
この袋から５人が順に１本ずつ取り出していくとき、次の問いに答えよ。
ただし、取り出したくじはもとに戻さないものとする。

(1)　３番目と５番目の人が当たりくじを引く確率を求めよ。

(2)　５人のうち２人だけが当たる確率を求めよ。

$\boxed{17}$

袋の中に、くじが２０本入っていて、そのうちの３本は当たりくじである。
袋から１本ずつくじを引き、引いたくじは袋に戻さないものとする。
このとき、n回目に２本目の当たりくじを引く確率をもとめよ。
ただし、$2 \leqq n \leqq 19$とする。

18

箱 A には赤玉 4 個，白玉 2 個，箱 B には赤玉 2個，白玉 2 個が入っている。
A から玉を 1 個取り出し，それをBに入れた後，箱 Bから玉を 2 個取り出すとき，２個とも赤玉である確率を求めよ。

19

２つの袋A,Bがあり、はじめ、どちらの袋にも黒球１個と白球１個が入っている。この袋A,Bに次の操作を行う。
(操作）袋A,Bそれぞれから１個の球を取り出し、Aから取り出した球をBへ、Bから取り出した球をAへ入れる。
(1)　操作を１回行ったあと、袋Aの中に黒球１個と白球１個が入っている確率を求めよ。

(2)　操作を２回行ったあと、袋Aの中に黒球１個と白球１個が入っている確率を求めよ。

20

袋の中に赤の玉と白の玉が合計４個入っている。１回の試行では袋から１個の玉を無作為に取り出し、それが白であれば袋に戻し、赤の玉の場合は戻さずに別に用意した白の玉を袋に入れる。
(1)　最初は赤の玉と白の玉が２個ずつあるとして、３回以下の試行で袋の中が白の玉４個となる確率を求めよ。
(2)　最初は赤の玉が３個、白の玉が１個であるとして、５回以下の試行で袋の中が白の玉４個となる確率を求めよ。

$\boxed{21}$

白黒２種類のカードがたくさんある。そのうち４枚を手もとに持っているとき、次の操作(A)を考える。

(A)　手持ちの４枚の中から１枚を、等確率$\dfrac{1}{4}$で選び出し、それを違う色のカードにとりかえる。

最初に持っている４枚のカードは、白黒それぞれ２枚であったとする。以下の問いに答えよ。

(1)　操作(A)を４回繰り返した後に初めて、４枚とも同じ色のカードになる確率を求めよ。

(2)　操作(A)をn回繰り返した後に初めて、４枚とも同じ色のカードになる確率を求めよ。

(東大)

$\boxed{22}$

偶数の目が出る確率が$\dfrac{2}{3}$であるような、目の出方にかたよりのあるサイコロが２個あり、これらを同時に投げるゲームを行なう。両方とも偶数の目が出たら当たり、両方とも奇数の目が出たら大当たりとする。このゲームをn回繰り返すとき、

(1)　大当たりが少なくとも１回は出る確率を求めよ。

(2)　当たりまたは大当たりが少なくとも１回は出る確率を求めよ。

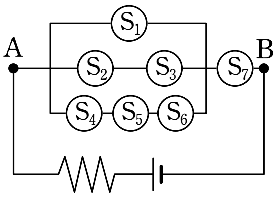
(3)　当たりと大当たりのいずれもが少なくとも１回は出る確率を求めよ。

$\boxed{23}$

ある学校では毎日，A , B ,C , D, Eの５曲の中から異なる３曲を無作為に選んで放送している。nを自然数とする。n日間でどの曲も少なくとも１度は放送される確率を求めよ。

$\boxed{24}$

図に示す電気回路がある。S_1 ～ S_7 はスイッチであり，これらのスイッチは他のスイッチの影響を受けず，すべてON，OFF の確率が $\dfrac{1}{2}$ であるものとする。このとき，A から Bへ電流が流れる確率を求めよ。



$\boxed{25}$

赤玉１個と白玉２個と青玉３個が入った袋から１個の玉を取り出し，色を調べてからもとに戻すことを５回行う。このとき，赤が１回，白が２回，青が２回出る確率は？

$\boxed{26}$

円周上に点 A，B，C，D，E，F が時計回りにこの順に並んでいる。さいころを投げ，出た目が１または２のときは動点 P が時計回りに２つ隣の点に進み，出た目が 3，4，5，6 のときは，反時計回りに１つ隣の点に進む。点 P が A を出発点として，さいころを５回投げて移動するとき，B にいる確率を求めよ。

$\boxed{27}$

数直線上の値が２の点から出発して動くPがある。点Pは，１枚の硬貨を投げて表が出ると＋１だけ移動し，裏が出ると－1だけ移動する。
硬貨を８回投げるとき，点Pがそれまでに１度も原点Oを通らず，８回目に初めて原点Oにもどる確率を求めよ。

$\boxed{28}$

数直線上を点Pが１ステップごとに、$+1$または-1だけそれぞれ$\frac{1}{2}$の確率で移動する。数直線上の値が３の点をAとし、PがAにたどり着くと停止する。

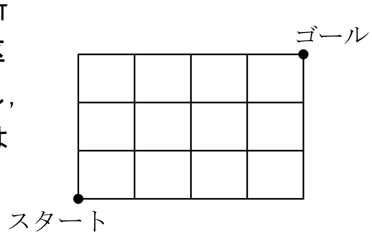
(1) Pが原点Oから出発して、ちょうど５ステップでAにたどり着く確率を求めよ。

(2) Pが原点Oから出発して、ちょうど６ステップで２の点にたどり着く確率を求めよ。

(3) Pが原点Oから出発して、８ステップ以上移動する確率を求めよ。

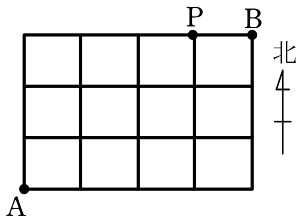
29

右の図のような格子状の道がある。スタートの場所から出発し，コインを投げて，表が出たら右へ１区画進み，裏が出たら上へ１区画進むとする。ただし，右の端で表が出たときと，上の端で裏が出たときは動かないものとする。7 回コインを投げたときに，ゴールに到達する確率を求めよ。



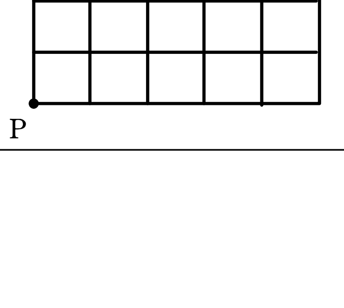
30

地点 A から出発した人が最短の道順を通って地点 B へ向かう。このとき，途中で地点 P を通る確率を求めよ。各交差点で，東に行くか，北に行くかは等確率とし，一方しか行けないときは確率 1 でその方向に行くものとする。



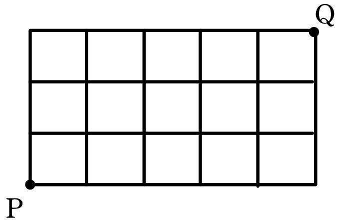
31

図のような道がある。はじめ君はPからQへ最短距離を進み、はるかさんはQからPへ最短距離を進む。ただし、各分岐点での進む方向は、等確率で選ぶものとする。はじめ君とはるかさんの速さは等しく、一定であるとき二人が出会う確率を求めよ。



32

図のような道がある。はじめ君はPからQへ行く最短経路から、はるかさんはQからPへ最短経路からそれぞれ等確率で１つ選んで同じ速さで進むとする。このとき二人が出会う確率を求めよ。



$\boxed{33}$

A , Bの２人を含む７人でジャンケンを１回行う。勝負がつかない確率は$\boxed{}$である。また、Aが勝ち，Bが負ける確率は$\boxed{}$である。

$\boxed{34}$

Ａ，Ｂ，Ｃの３人がジャンケンをして、勝者１人を選ぶ。３人あいこならばジャンケンをくり返し、２人勝ちならば勝った２人で決戦をするものとする。このとき、３回目で勝者が１人に決まる確率を求めよ。

$\boxed{35}$

３人がじゃんけんをする。一度じゃんけんで負けた者は，以後のじゃんけんから抜ける。残りが１人になるまでじゃんけんを繰り返し，最後に残ったものを勝者とする。n回目のじゃんけんで勝者が決まる確率を求めよ。

第１１講　　　　　サイコロ型の最大値

$\boxed{36}$

箱の中に１から２０までの数が書かれた２０枚のカードが入っている。ここから無作為に４枚のカードを取り出し、カードに書かれた数の最大値をX、最小値をYとする。

(1)　$X=15$となる確率を求めよ。

(2)　$X=15$, $Y=5$となる確率を求めよ。

(3)　$X-Y=10$となる確率を求めよ。

$\boxed{37}$

n を 2 以上の自然数とする。n 個のさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めよ。

(1)　出る目の最大値が ５である確率

(2)　出る目の最小値が ３である確率

(3)　出る目の最小値が 2 かつ最大値が 5 である確率

$\boxed{38}$

n個のサイコロを同時に振り、出た目の数の最大のものをM_n,最小のものをm_nとするとき、

$M_n-m_n>1$となる確率を求めよ。

（京都大）

$\boxed{39}$

当たりくじ２本を含む５本のくじがある。このくじを１本引いて、当たりか外れかを確認したのち、もとに戻す試行をTとする。試行Tを当たりくじが３回出るまで繰り返すとき、ちょうどn回目で終わる確率を$P(n)$とするとき$P(n)$が最大となるnを求めよ。

$\boxed{40}$

赤、青、黄３組のカードがある。各組は１０枚ずつで、それぞれ１から１０までの番号がひとつずつ書かれている。この３０枚のカードの中からk枚$(4 \leqq k \leqq 10)$を取り出すとき、２枚だけが同じ番号で残りの$(k-2)$枚は全て異なる番号が書かれている確率を$P(k)$とする。$P(k)$が最大となるkを求めよ。

第１３講　　　　　　条件付き確率

$\boxed{41}$

ある年代において男女の人口の割合が男性４０％、女性６０％、独身率が男性５０％、女性４０％だった。この年代の人をひとりインタビューした時に独身だったとしたらこの人が男性である確率を求めよ。

$\boxed{42}$

サイコロを２回ふって1度目は５の目が出たとき、目の合計が８以上になる確率を求めよ。

$\boxed{43}$

原点から出発して数直線上を動く点Qがある。硬貨を投げて表が出たら点Qは右へ１だけ,裏が出たら左へ１だけ進む。ただし、点Qは座標-1の点に到達すると硬貨の表裏にかかわらずこの点に止まっているものとする。硬貨をn回投げたときの点Qの座標をX_nとするとき,$X_2 \neq -1$という条件のもとで$X_5=-1$となる確率を求めよ。

44

点Ｐは数直線上を原点から出発し、サイコロを投げて、出た目が５以上の場合は、正の向きに２進み、出た目が４以下の場合は、１進む。サイコロをn回投げたとき、Ｐの座標が偶数になる確率a_nを求めよ。

45

四辺形ABCDと頂点Oからなる四角錐を考える。５点A,B,C,D,Oの中の２点は、ある辺の両端にあるとき、互いに隣接点であるという。今、Oから出発し、その隣接点の中から１点を等確率で選んでその点をX_1とする。次にX_1の隣接点の中から１点を等確率で選んでその点をX_2とする。このようにして順次
$X_1, X_2, \cdots, X_n$を定めるとき、X_nがOに一致する確率P_nとする。

(1)　P_nとP_{n+1}の関係式を導け。

(2)　P_nを求めよ。

46

A，B，Cの３人がそれぞれ１枚ずつ札を持っている。最初，Bが赤札，他の２人は白札
を持っている。赤札を持っている人がコインを投げて，表が出ればＡとＢの持っている
札を交換する。裏が出ればＢとＣが持っている札を交換する。これをn回繰り返したと
き，最後にA，B，Cが赤札を持っている確率をそれぞれp_n，q_n，r_nとする。

(1)　$n=1$，２のとき，p_n，q_n，r_nを求めよ。

(2)　p_n，q_n，r_nをnで表せ。

$\boxed{47}$

AとBの２人が１個のサイコロを次の手順により投げ合う。

１回目はAが投げる

１，２，３の目が出たら、次の回には同じ人が投げる

４，５の目が出たら、次の回には別の人が投げる

６の目が出たら、投げた人を勝ちとしてそれ以降は投げない

(1)　n回目にAがサイコロを投げる確率a_nを求めよ

(2)　ちょうどn回目のサイコロ投げでAが勝つ確率p_nを求めよ

(3)　n回以内のサイコロ投げでAが勝つ確率q_nを求めよ

第１５講　確率漸化式（最初の一手で分ける）

$\boxed{48}$

３つの文字a , b , cを繰り返しを許して、左から順にn個並べる。ただし、aの次は必ずcであり、bの次も必ずcである。このような規則を満たす列の総数をx_nとする。

(1)　x_{n+2}をx_{n+1}とx_nで表せ。

(2)　x_nを求めよ。

$\boxed{49}$

１枚の硬貨を何回も投げ、表が2回続けて出たら終了とする試行を行う。ちょうどn回で終了する確率をp_nとするとき

(1)　p_2 , p_3 , p_4を求めよ。

(2)　p_{n+1}をp_nおよびp_{n-1}を用いて表せ。ただし、$n \geqq 3$とする。

(3)　p_7を求めよ。

$\boxed{50}$

太郎君は２円、花子さんは３円持っていて、じゃんけんをし、太郎君が勝ったならば花子さんから１円をもらえ、太郎君が負けたならば花子さんに１円を支払う。ただし、太郎君がじゃんけんに勝つ確率は$\dfrac{2}{5}$$\left(\text{負ける確率は}\dfrac{3}{5}\right)$であり、どちらかの所持金が０になったとき、その者が敗者となりゲームは終わる。
A_nを太郎君の所持金がn円となったときからスタートし、花子さんの所持金が０になる確率とする。このゲームで太郎君が勝つ確率を求めよ。